

أولاً: حل التمارين الأربعة الآتية: (٤٠ درجة لكل تمرين)

١. اكتب معادلة لكرة مركزها  $A(3, -4, 2)$  و تمر من النقطة  $B(-1, -4, -1)$ .
٢. أوجد مجموعة حلول المتراجحة  $\ln(x^2 - 3x) \geq 2 \ln(6 - x)$ .
٣. عيّن قيمة  $m$  ليكون التابع  $f$  مستمراً على  $\mathbb{R}$  حيث:

$$f(x) = \begin{cases} 3 + x^2 \sin \frac{1}{x} & : x \neq 0 \\ m + 1 & : x = 0 \end{cases}$$

٤. إذا كان  $Z_1 = 2 - 2i$  ,  $Z_2 = -i$  عددين عقديين، فاكتب  $(Z_2)^5$  بالشكل الأسّي، واكتب  $(Z_1)^4$  بالشكل المثلثي.

ثانياً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (٦٠ درجة لكل سؤال)

١. ليكن التابع  $f(x) = \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{4x}}{x-1}$  أوجد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ثم بالاعتماد على تعريف العدد المشتق أثبت أن  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{1}{4}$

٢. في المعلم المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط:  $A(2, 0, 1), B(1, -2, 1), C(5, 5, 0), D(-3, -5, 6)$

أثبت أن هذه النقط تقع في مستو واحد، ثم أوجد إحداثيات النقطة  $H$  نظيرة  $A$  بالنسبة للنقطة  $B$

٣. أثبت أن للمعادلة  $x^3 - 3x + 5 = 0$  حل وحيد في  $\mathbb{R}$ ، ثم بيّن أن هذا الحل ينتمي إلى المجال  $]-3, -2[$

٤. إذا كان  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}^*$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2 - 3 + 2 \cos x}{x}$

فأثبت أن المستقيم  $\Delta: y = x$  مقارب للخط  $C$  عند  $(+\infty)$  و ادرس وضع  $C$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: لتكن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  تمثل بالترتيب الأعداد العقدية الآتية:

$$a = 8, b = -4 + 4i, c = -4i$$

١. أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم في  $C$  و متساوي الساقين.
٢. أوجد العدد العقدي  $d$  الذي تمثله النقطة  $D$  التي تجعل  $ACBD$  مربعاً.
٣. أوجد العدد العقدي  $m$  الذي تمثله النقطة  $M$  بحيث تكون  $B$  مركز ثقل المثلث  $AMC$ .

المسألة الثانية: بفرض  $C$  الخط البياني لتابع  $f$  معرف على  $]-\infty, -1[$  وفق:  $f(x) = x - \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$

١. ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها.
٢. أثبت أن المستقيم  $\Delta: y = x$  مقارب مائل للخط  $C$ ، وبيّن وضع  $C$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$
٣. إذا علمت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد، أثبت أنه يقع في المجال  $]-2, -1[$ .
٤. ارسم  $(\Delta)$  ثم ارسم  $C$ .